



**Feedback op de visie en de grote opdrachten door de vakinhoudelijke experts Rekenen & Wiskunde, te weten Paul Drijvers, Jan Karel Lenstra, Jurriaan Steen, Ronald Keijzer, Marc J. de Vries.**

**Inleiding**

De kwaliteit van het proces wordt onder andere geborgd door de inbreng van wetenschappers. Per leergebied worden enkele inhoudelijk-deskundige wetenschappers uitgenodigd om op twee momenten in het proces op (tussentijdse) opbrengsten te reflecteren. Deze experts kijken naar de mate waarin de tussenproducten aansluiten bij recente vakinhoudelijke ontwikkelingen en de kern van het leergebied beslaan, naar de opbouw van de doorlopende leerlijnen en naar de wijze waarop samenhang binnen het leergebied is geborgd. De feedback van de vakinhoudelijke experts wordt door de ontwikkelteams gebruikt om tussenopbrengsten daar waar nodig aan te scherpen. De vakexperts reflecteren 1) op de visie op het leergebied i.c.m. de grote opdrachten (najaar 2018), en 2) op de bouwstenen (voorjaar 2019).

Hieronder vindt u de reflecties van de vakexperts van Rekenen & Wiskunde op de visie op het leergebied en de daaruit voortvloeiende grote opdrachten. Aan de vakinhoudelijke experts is gevraagd om in hun reflectie aandacht te besteden aan de vakinhoudelijke kwaliteit, kern, samenhang en doorlopende leerlijn. Vanaf pagina 14 leest u hun reflecties op de bouwstenen.



## Reactie 1.

Laat ik deze reactie, die tot stand is gekomen na overleg met een aantal collega's van het Freudenthal Instituut van Universiteit Utrecht en het lectoraat Didactiek van wiskunde en rekenen van Hogeschool Utrecht, beginnen met mijn waardering uit te spreken voor het werk van het ontwikkelteam. In vergelijking met het tweede tussenproduct zijn er duidelijk stappen gezet. Dat neemt natuurlijk niet weg dat er ook nog een hele weg te gaan is. Het huidige document is nog erg algemeen en globaal; de invulling zal cruciaal zijn en het huidige tussenproduct biedt nog niet veel houvast. Eerlijk gezegd maak ik me grote zorgen over de uitdagingen die er nog liggen en over de vraag of het ontwikkelteam onder de hen opgelegde tijdsdruk in staat zal zijn deze op adequate wijze het hoofd te bieden.

In deze reactie komen eerst drie globale aandachtspunten aan de orde, die om uitwerking of verbetering vragen. Vervolgens besluit deze reactie met een aantal meer lokale en gedetailleerde opmerkingen.

### **Globale aandachtspunten**

1. *Wat is het probleem, wat zijn de doelen, wat is nieuw?* Bij het lezen van het document bekruipt mij sterk de vraag welk probleem met dit nieuwe curriculum wordt opgelost, welke doelen worden nagestreefd en wat er nieuw is in vergelijking met de huidige situatie. Het document geeft geen helder antwoord op deze vragen. Op p. 2 vinden we een aantal uitgangspunten in cursief, maar het is onduidelijk of het hier gaat om doelen, om problemen met het huidige curriculum, of om constatering. Als ik het opvat als doelen, dan vraag ik me af waarom juist deze doelen zijn gekozen (wilden we dit niet altijd al?), op welke manier ze zullen worden gerealiseerd en wat daar nieuw aan is ten opzichte van de huidige situatie. Ook in de conceptvisie (p. 15 en verder) wordt een aantal punten genoemd (overigens niet precies dezelfde als op p. 2) waarvan onduidelijk is wat de status is en wat er nieuw aan is. Natuurlijk kan het team ook van mening zijn dat er op dit moment een groot aantal zaken in orde is en dan ook zo moeten blijven, maar dan is het belangrijk om dat expliciet te benoemen. Mijn advies is dus om duidelijk te maken wat het probleem is met de huidige curricula, wat de doelen zijn van de nieuwe curricula, hoe die worden gerealiseerd, en tot welke veranderingen dit leidt.

2. *Het matrixmodel van inhoudsdomeinen en bekwaamheden* Een tweedimensionaal matrixmodel van inhoudsdomeinen tegen bekwaamheden lijkt een hanteerbaar uitgangspunt. In principe zijn de benoemde domeinen en vaardigheden passend (als zou ik bij domein 5 liever spreken van data dan van informatie, en bij domein 6 liever van benaderingen dan van numerieke wiskunde, en zou bij de vaardigheden het woord 'wiskundig' voor 'representeren' wel weg mogen). Wat echter ronduit teleurstellend en ook zorgelijk is, is dat de vaardighedendimensie op geen enkele manier functioneert in de beschrijvingen: elke domeinbeschrijving eindigt met dezelfde weinigzeggende tekst die erop neerkomt dat alle vaardigheden 'in meer of mindere mate' aan de orde komen. Als bovendien daarna een lijstje met zogeheten Brede vaardigheden volgt, dat lijkt het alsof de door het ontwikkelteam geformuleerde vaardigheden geen rol gaan spelen, maar ingeklemd zitten tussen inhouden en brede vaardigheden. De ervaringen rond wiskundig denken in de nieuwe curricula wiskunde voor havo en vwo hebben geleerd, dat een plaats voor vaardigheden zeer zwaar moet worden aangezet om in de onderwijspraktijk daadwerkelijk een rol van betekenis te spelen. Zoals het nu wordt gepresenteerd, lijkt de



vaardigheidendimensie evengoed te kunnen worden weggelaten. De keuze is dus tussen zwaar aanzetten of niet doen. Mijn advies zou het eerste zijn.

3. *De input zoals blijkt uit de literatuurlijst* Ik maak me zorgen over de beperkte input die het team heeft geraadpleegd bij het opstellen van dit tussenproduct. Dit is niet de eerste keer dat in Nederland een curriculumrevisie plaatsvindt. Waarom niet eens teruggekeken in de bronnen van W1216, een indertijd baanbrekende herziening? En in de rapportages van het Profi-project, dat leidde tot de nieuwe programma's van 1999? Hoe verhouden zich de huidige voorstellen tot de TAL-publicaties en tot de referentieniveaus? Ook buiten Nederland valt er veel te halen. Is er gekeken naar de Common Core State Standards van de Verenigde Staten, of naar de frameworks van PISA van OECD en van TIMSS? Dit lijken me bronnen die niet genegeerd mogen worden, wat overigens niet betekent dat ze klakkeloos gevolgd moeten worden. Mijn advies is om goed te kijken wat er geleerd kan worden van ervaringen met curriculumontwikkeling in Nederland en in het buitenland.

### Lokale en gedetailleerde opmerkingen

- Op p.3 staat een lijst met titels en inhouden van de GO's. Daarbij de volgende opmerkingen. o Bij 3: Maten staan niet in de ruimte, lijkt me.
- Bij 5 zou ik als titel liever iets hebben als "Laat data spreken", want getallen is wat vaag en de waarheid is een ingewikkeld filosofisch begrip. Als inhoud zou ik liever spreken van Data en onzekerheid dan van Informatie en onzekerheid: informatie is een te breed begrip.
- Bij 6 zou ik liever spreken van benaderingen dan van het te specifieke numerieke wiskunde.
- P.3 midden: ik denk dat in de figuur zonder problemen ook pijlen getrokken kunnen worden tussen alle blokken voor GO3-4-5-6.
- P.5: "Denk hierbij aan tijd, geld". Tijd en geld zijn allebei geen getallen en geen maten.
- P.5 Gecijferdheid wordt genoemd, maar er wordt niets gezegd over de verhouding tussen functioneel rekenen / gecijferdheid / numeracy enerzijds en het meer formele rekenen anderzijds. Hoe staat het team hierin en wat te denken van de gangbare realistische benadering van rekenen-wiskunde? Hoe kijkt men aan tegen de begrippen van horizontaal en verticaal mathematiseren? Welke rol voor toepassingen en contexten?
- P.7: GO3 heeft een vreemde titel. Ik zie vormen en maten niet in de ruimte staan.
- P.11 onderaan: kleine getallen, dat klinkt vreemd. Ik snap de bedoeling maar ik denk dat het verduidelijking vraagt of anders beter kan worden weggelaten.
- P.16: Het kleine kader bevat niet een voorbeeld dat echt iets verduidelijkt. Hoezo is informatie een voorbeeld van rekenen-wiskunde ten behoeve van socialisatie?
- P.17: Ik weet niet of de kleuren iets betekenen, maar het lijkt nu alsof alle bekwaamheden in alle inhoudsdomeinen in gelijke mate aan de orde komen, zie ook mijn tweede globale aandachtspunt hierboven.
- P.18 bovenaan: Dit klinkt alsof wiskunde ABCD gewoon blijven. Moet dat niet afhangen van de uitkomst van dit proces?
- P.18 over de rol van informatietechnologie: "Zolang het niet ten koste gaat van...." klinkt erg defensief en weinig van harte. Is er overwogen dat het gebruik van ICT ook begripvorming kan bevorderen, in plaats van dat het ten koste daarvan gaat? Daar is veel literatuur over.



- P.19 onderaan: "behoort tot de mogelijkheden". Zeker, maar is het ook wenselijk, gaan we het ook doen en hoe dan?
- P.24: Voor probleemoplossen, modelleren en abstraheren heb ik omschrijvingen gegeven in mijn oratie die misschien van pas kunnen komen ([http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/Oratie\\_Paul\\_Drijvers\\_facsimile\\_20150521.pdf](http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/Oratie_Paul_Drijvers_facsimile_20150521.pdf)).
- P.24: Waarom zo streng en negatief over een uitstapschema van een bus. Dat kan m.i. heel goed een schematisering zijn met wiskundige trekjes. Ik zie liever aansprekende voorbeelden van wat wel een model is, dan zuinige non-voorbeelden.



## Reactie 2.

Mijn uitgangspunt is de inhoudelijke visie op wiskunde in het voortgezet onderwijs, zoals die is vastgelegd in het document dat de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) en de Commissie Onderwijs van het Platform Wiskunde Nederland (PWN) in januari 2018 hebben aangeboden aan het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde.

Waar ik hieronder "wiskunde" schrijf, omvat dit rekenen.

### **Waardering en zorgen: het proces van Curriculum.nu**

Voor het enthousiasme en de inzet van de leden van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde heb ik niets dan lof. Hun deskundigheid en ervaring in de praktijk van het onderwijs staan buiten twijfel. Ik ben echter bezorgd over de smalle samenstelling van het team en de tijdsdruk

waaronder het opereert. Deze zorgen worden door anderen gedeeld.

Het is goed dat er vooral docenten uit po en vo in het team zitten. Het lijkt echter nodig hun expertise aan te vullen met kennis van curriculumontwikkeling en didactiek en met ervaring in wiskundig onderzoek en toepassingen. Ook de NVvW en de vervolgoopleidingen verdienen een krachtiger rol; de Tweede Kamer heeft het kabinet daarom bij motie van 20 april 2017 gevraagd.

Een proces als Curriculum.nu heeft tijd nodig, meer dan het nu wordt gegeven. Het snelkookpanmodel met veel nadruk op procesbewaking gaat ten koste van aandacht voor de inhoud en laat weinig ruimte voor reflectie binnen en interactie tussen de teams.

Ook dringt zich de vraag op waarom Curriculum.nu aan alle leergebieden dezelfde strakke aanpak oplegt. Voor nieuwe gebieden als Burgerschapskunde en Digitale Geletterdheid is het nuttig met een lege tekentafel te beginnen. Voor gevestigde gebieden als Mens & Natuur en Rekenen & Wiskunde is eerder een permanente vorm van klein onderhoud op zijn plaats. Dat laat onverlet dat knelpunten die klein onderhoud te boven gaan apart aan de orde kunnen worden gesteld. Dat is precies wat de PWN-Commissie Onderwijs, in haar rol als permanente curriculumcommissie voor wiskunde, in bovenvermeld visiedocument doet.

### **Visie op rekenen en wiskunde: het eerste tussenproduct**

Het eerste tussenproduct beschrijft de visie van het ontwikkelteam op het leergebied in termen van relevantie, inhoud en positie in het curriculum. Het is een vlak stuk, dat teleurstelt door een gebrek aan visie en inhoud. Het kan op diverse punten worden versterkt.

**Relevantie.** Wiskunde heeft een vormende waarde door haar wortels in geschiedenis en cultuur en door het stimuleren van een nieuwsgierige en probleemoplossende houding, het is onmisbaar in de huidige kennissamenleving, en het is dragend voor andere disciplines, beroepen en vervolgonderwijs. Deze drie kernwaarden sluiten aan bij het drieledige doel van het vo: persoonsvorming, socialisatie en beroepsvoorbereiding. Het klassieke beeld van wiskunde als iets waarvan begrip en gebruik zijn voorbehouden aan bèta's is uit de tijd. De brede positionering van wiskunde als een abstracte discipline met een zich immer uitbreidend scala van toepassingen is ontleend aan het visiedocument van de NVvW en de PWN-Commissie Onderwijs en uitgewerkt in het rapport *Formulas for insight and innovation* van PWN (2014) en het *Deltaplan voor de Nederlandse wiskunde* van NWO en PWN (2015).

**Samenhang.** Het ontwikkelteam stelt terecht dat andere vakken contexten aan de wiskunde aanbieden, die daarvoor een wiskundig instrumentarium teruggeeft. Het



draagt de andere vakken op om dat instrumentarium op dezelfde manier te gebruiken als het wordt aangeleerd bij wiskunde. Dit is een schrale visie op samenhang, die geen recht doet aan het inhoudelijke tweerichtingsverkeer dat er tussen vakken behoort te bestaan.

**Rekenen in het vo.** Het visiedocument besteedt veel aandacht aan een nieuw perspectief voor rekenen in het vo. De gedachte is rekenen in de onderbouw op peil te brengen en in onder- en bovenbouw te integreren in alle vakken met een rekencomponent, waardoor rekenen extra waarde voor de leerlingen krijgt en de samenhang tussen de vakken wordt versterkt. Dit alternatief voor de rekentoets geniet brede steun en kan zonder veel moeite worden ingevoerd. OCW wil echter wachten op Curriculum.nu, maar het onderwerp blijkt niet tot de opdracht van het ontwikkelteam te behoren.

**Doorlopende leerlijnen.** Het visiedocument signaleert knelpunten in de aansluiting tussen po en vo, tussen vmbo en havo, en tussen havo/vwo en hbo/wo. Curriculum.nu biedt een uitgelezen mogelijkheid om de problemen te analyseren en oplossingen voor te stellen. Het ontwikkelteam gaat een discussie over vernieuwing binnen de discipline echter uit de weg.

In het po kan meer aandacht voor conceptuele naast procedurele vaardigheden en voor abstractie naast contexten de aansluiting met het vo verbeteren. In het vmbo is dringend behoefte aan een vernieuwd curriculum, dat beter aansluit bij de behoeften van de vervolgopleidingen en de maatschappij. De gedachtenvorming over deze onderwerpen ligt stil in afwachting van Curriculum.nu. Het ontwikkelteam doet echter geen concrete voorstellen.

In de bovenbouw van havo/vwo is een herbezinning van de inrichting van de wiskunde aan de orde, in verband met de ontkoppeling tussen Wiskunde A t.e.m. D en de profielen en ook de marginale positie van Wiskunde C en D. Het visiedocument schetst een nieuwe indeling van de wiskunde over de profielen; het ontwikkelteam komt echter niet aan de bovenbouw toe.

### **Grote opdrachten: het derde tussenproduct**

Grote opdrachten beschrijven de "kern" van een leergebied. Dit is geen eenduidig begrip. Men kan kiezen voor een externe, thematische benadering in termen van de opdrachten van de samenleving aan het gebied. Dat is de lijn van de teams voor Burgerschapskunde, Digitale Geletterdheid en Mens & Natuur. Het is een natuurlijke manier om de ontwikkelingen die een gebied beïnvloeden in kaart te brengen. Men kan ook kiezen voor een interne, inhoudelijke aanpak en de benodigde kennis en vaardigheden specificeren. Dat is gedaan door het team voor Rekenen & Wiskunde. Door de thematische afbakening over te slaan mist het team een kans de inhoudelijke invulling sterker te richten op de toekomst en de samenhang met andere gebieden.

**Thema's.** Veel maatschappelijke thema's hebben betrekking op meer dan één gebied. Men zou eigenlijk moeten beginnen de opdrachten die de samenleving aan het onderwijs als geheel stelt te inventariseren. Zo'n brede aanpak — maar dan voor het onderzoek — is gevolgd bij het opstellen van de *Nationale Wetenschapsagenda* (2015). Wiskunde heeft een in aanleg onbeperkt maatschappelijk effect en het is een hele uitdaging de discipline thematisch af te bakenen. Het rapport *Formulas for insight and innovation* van PWN beschrijft zes grote ontwikkelingen in maatschappij en wetenschap, die de manier waarop wij wiskunde onderwijzen, onderzoeken en toepassen vormgeven:

- de *globalisering*, die verstrekkende gevolgen heeft voor onderwijs en onderzoek;



- de explosieve groei in *rekenkracht*, die voor een transformatie zorgt van zowel de wiskunde als zijn toepassingsgebieden;
- de beschikbaarheid van *big data*, die, naast rekenkracht, de tweede oorzaak is van de toenemende reikwijdte van de wiskunde;
- *math inside*, wat verwijst naar de steeds hechtere interactie tussen de wiskunde en het zich verbredende veld van toepassingen;
- de toenemende *coherentie* binnen wetenschap en technologie, waarbij disciplines en daarbinnen deelgebieden naar elkaar toegroeien en doorbraken optreden op grensvlakken;
- het groeiende besef bij wiskundigen dat ze aan de maatschappij *rekenschap* moeten afleggen voor hun werk.

**Kennis en vaardigheden.** Het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde kiest in het derde tussenproduct voor zes *inhoudsdomeinen* en zes *wiskundige bekwaamheden*. Dit zijn traditionele en bruikbare indelingen. Binnen ieder inhoudsdomein komen alle bekwaamheden “in meer of mindere mate aan de orde”. De koppeling van inhoudsdomeinen aan *brede vaardigheden* maakt een arbitraire indruk en wordt niet onderbouwd. Ik ben bang dat hier geen grote stap is gezet.

**Numerieke wiskunde.** Het is wonderlijk om tussen de concepten die de inhoudsdomeinen definiëren een subdiscipline als numerieke wiskunde tegen te komen. De verklaring dat kennis daarvan nodig is om digitale hulpmiddelen goed te hanteren en te begrijpen is niet houdbaar. De wiskunde die daarbij te pas komt is veel breder en omvat bijvoorbeeld ook optimalisering, statistiek, machine learning en heuristieken. Een concept dat centraal staat in de “wiskunde voor de computer” is *benadering*. Waar digitaal wordt gerekend, wordt er benaderd, want de data zijn onnauwkeurig en de problemen zijn complex; het exacte antwoord of het absolute optimum zijn onbereikbaar. De klassieke vraag naar *existentie* is vervangen door pragmatische vragen naar *effectiviteit* (hoe goed is het antwoord?) en *efficiëntie* (wat is de rekentijd?).

### **Conclusie: planning is een excuus voor interactie**

De opbrengsten van Curriculum.nu stellen teleur. Voor wiskunde heeft het project tot nu toe bekende waarheden opgeleverd, tegen een forse investering. Het eerste tussenproduct bevat geen nieuwe gezichtspunten, het derde is een pas op de plaats. Knelpunten krijgen geen aandacht, vernieuwing stagneert.

Een positief neveneffect is de toegenomen interactie binnen een brede kring van betrokkenen. Zo heeft bijvoorbeeld het verzoek om een visiedocument aan de PWN-Commissie Onderwijs geleid tot een nieuwe blik op wiskunde in de bovenbouw van havo/vwo, waarvan wij de geldigheid gaan verifiëren in gesprekken met ruim twintig vervolgopleidingen.



### Reactie 3.

Mijn reflectie wil ik graag beginnen met een tweetal opmerkingen:

1. sinds een paar weken ben ik betrokken bij dit project als vakexpert;
2. door mijn huidige baan (practor van het practoraat Rekenen) zal ik vooral vanuit de positie van het mbo dit tussenproduct van commentaar voorzien.

Bij het becommentariëren van de ontwikkelingen van de producten van Curriculum.nu kijk ik vooral door de bril van een mbo-student. Wat heeft deze student nodig later in zijn beroep, maar ook als burger in de maatschappij en wanneer doorstuderen tot de mogelijkheden behoort.

Dat ik ook opleidingsdocent Rekendidactiek ben op een pabo geeft mij een goed beeld van wat een leerling gedurende zijn schoolse periode kan tegenkomen op het gebied van Rekenen-Wiskunde. Het lezen van dit derde tussenproduct heeft mij inzage gegeven in het werk wat verzet moet worden. Het schrijven van een (nieuw) curriculum is specialistisch werk en niet iets wat docenten gauw voor hun rekening nemen. In die zin is het een compliment aan de ontwikkelaars die de durf hebben om dit tussenproduct te ontwikkelen. Bij het schrijven van een curriculum kun je kiezen om vanuit het niets een curriculum te bouwen en later het curriculum vullen met bestaand materiaal. Je kunt ook uitgaan van het bestaande curriculum om datgene wat niet goed is of niet meer past "in deze tijd" te wijzigen. Wanneer ik dit tussenproduct lees, denk ik dat de eerste variant hieraan ten grondslag ligt, want een beschrijving van wat niet goed gaat of mist in het huidige curriculum is niet aanwezig. Kan natuurlijk zijn, dat ik dat elders kan vinden. Uitgaande van dat dit tussenproduct een beschrijving is om vanuit "niets" een curriculum te bouwen, heb ik een opmerking. Ik mis in de visie de grove geschetste lijn wat leerlingen (en dan bedoel ik zowel kinderen in de basisschool, leerlingen in het voortgezet onderwijs en studenten in het mbo) zouden moeten kennen en kunnen gedurende hun schoolse periode. Je zou daarbij twee varianten kunnen uitwerken. De eerste lijn is een lijn die leerlingen van basisonderwijs, vmbo naar het mbo gaan. De tweede lijn is een lijn van leerlingen die van de basisschool, havo/vwo naar het hoger onderwijs gaan. Natuurlijk zal er overlap zitten in beide lijnen. De start is voor elke leerling hetzelfde. Het eindstation is voor eenieder verschillend.

Wanneer ik de visie bekijk, zoals deze beschreven is in bijlage 1 bijgestelde visie, dan zouden de Grote Opdrachten (GO) geschreven moeten zijn met als onderliggende gedachte dat het curriculum voor Rekenen-Wiskunde toekomstgericht moet zijn en een goed beschreven doorgaande lijn po-vo moet hebben. Ik zou liever praten over de doorgaande lijn po-vo-mbo voor de hierboven geschetste "eerste" lijn.

De beschrijving van de GO start met het beschrijven van de relevantie. Het is steeds geschreven vanuit de beschrijving van wiskundige onderdelen vanuit één domein. In het "dagelijks leven" is er ook steeds een samengaan van verschillende rekenkundige domeinen. Waarom niet gekeken naar wat iemand tegenkomt in het beroep of in de maatschappij en dan aangeven welke wiskundige domeinen hier een rol spelen. In de uitwerking van de Inhoud van de opdracht kunnen ook de verschillende niveaus (po-vo-mbo en po-vo-ho) gehanteerd worden. Nu is het een korte onvolledige opsomming van wat een leerling zou kunnen tegenkomen.





## Reactie 4.

### Context

Wiskunde is een menselijke activiteit die mensen bijvoorbeeld in staat stelt ervaringen te ordenen en aldus tot wiskundige structuren, abstracties en modellen te komen (Freudenthal, 1968). Op een dergelijke manier greep krijgen op de wereld is van belang in een wereld die op verschillende manieren chaotisch en in beweging is. Denk daarbij bijvoorbeeld aan de ogenschijnlijke ongelimiteerde brei aan (veelal bewerkte of gemanipuleerde) informatie die mensen over zich heen krijgen, maar ook aan de ontwikkeling van nieuwe digitale technologieën. Juist het reken-wiskundeonderwijs kan en moet kinderen en jongvolwassenen helpen orde te brengen in hun wereld.

In deze context doet het ontwikkelteam rekenen-wiskunde haar werk door het ordenen van het reken-wiskundeonderwijs. Dit doet zij vanuit drie perspectieven:

- het beschrijven en inrichten van de domeinen,
- het beschrijven van domeinoverstijgende wiskundige activiteiten,
- het verbinden van rekenen-wiskunde aan brede vaardigheden.

De opdracht van het ontwikkelteam rekenen-wiskunde is vervolgens om *binnen* deze perspectieven verbindingsen te beschrijven en ook om verbindingsen te leggen *tussen* de genoemde perspectieven. Zij moet dit zo doen dat ook verbindingsen met andere leerstofgebieden zichtbaar worden, bijvoorbeeld door te laten zien hoe wiskunde nodig is voor het leven in een samenleving waarin digitale technieken steeds nadrukkelijker aanwezig zijn en zicht te geven op situaties of contexten die vanuit verschillende domeinen beschouwd kunnen worden (Rijborz, 2018; Gravemeijer, 2016). Dat is een moeilijke opdracht, die feitelijk vraagt om een aanzienlijk langer traject dan het ontwikkelteam nu gegeven is en wellicht ook vraagt om een andere context om het werk in te verrichten, bijvoorbeeld waarbij de opdracht er een is waarin experts en leraren daadwerkelijk en langdurig samenwerken.

### Uitwerking

Het derde tussenproduct van het ontwikkelteam is bedoeld als brug tussen de beschrijving van de visie op het vak rekenen-wiskunde en de bouwstenen, die in een volgende ronde gemaakt worden. Het tussenproduct spreekt, meer dan de vorige tussenproducten, de taal van het primair onderwijs. In dit tussenproduct maken de auteurs op verschillende plekken zichtbaar wat voor hen het onderliggende idee is. Kinderen en jongvolwassenen moeten de wereld leren beschouwen door een wiskundige bril. Daarbij is overigens niet helemaal duidelijk waarnaar deze wiskundige bril verwijst. Het kan hier gaan om het leren mathematiseren (Freudenthal, 1983; Treffers, 1987). Dat gaat over het ontwikkelen van wiskunde vanuit betekenisvolle situaties of gekende wiskundige structuren. Het kan ook gaan om een uitwerking van gecijferdheid of wiskundige geletterdheid (Hoogland, 2016). Daarbij gaat het om het herkennen en kunnen gebruiken van de wiskunde in alledaagse situaties. Bij het onderliggende idee zou het zelfs over beide kunnen gaan.

Het ontwikkelteam beschrijft zes domeinen, die inhouden voor zowel het basisonderwijs als het voortgezet onderwijs weergeven. Het team heeft de domeinen op een weinig wiskundige manier gelabeld, door bijvoorbeeld het domein getallen de titel 'De wereld draait om getallen' mee te geven en het domein verhoudingen 'Alles verhoudt zich tot



elkaar'. Onduidelijk is wat men met deze speelse titels wil uitstralen. De titels geven in ieder geval geen informatie over welke inhoudelijke keuzen zijn gemaakt.

Het ontwikkelteam heeft gekozen voor een ordening waarbij grote opdrachten gekoppeld zijn aan domeinen. Deze domeinen worden vervolgens geëxpliciteerd in enkele voorbeelden en verbonden met overstijgende wiskundige activiteiten en rekenen-wiskunde in brede vaardigheden. Hoe deze laatste verbindingen tot stand zijn gekomen wordt niet verhelderd. Ze zijn daarnaast discutabel. Zo kan men zich afvragen waarom er bij het domein verhoudingen geen sprake is van 'Creatief denken en praktisch handelen' terwijl dat bij het domein getallen wel het geval is.

### Andere ordening

Met name de weinig doorzichtige verbinding van domeinbeschrijvingen met overstijgende wiskundige activiteiten en rekenen-wiskunde in brede vaardigheden vraagt in mijn ogen om een andere ordening in grote opdrachten. Ik stel daarom de volgende ordening in drie grote opdrachten voor (GO1, GO2 en GO3 onder):

- GO1: wiskundige attitude (Oonk & De Goeij, 2006), als uitwerking voor rekenen-wiskunde in brede vaardigheden,
- GO2: gecijferdheid of wiskundige geletterdheid (Hoogland, 2016; Treffers, 2008), als uitwerking van domeinoverstijgende wiskundige activiteiten,
- GO3: kerninzichten of *big ideas* (Oonk, et al., 2011; Charles, 2005; Nelissen, 2007; Nelissen, 2015), als uitwerking van de domeinen.

De verbindingen tussen deze drie door mij voorgestelde grote opdrachten worden zichtbaar door goed gekozen voorbeelden vanuit de drie onderliggende perspectieven te beschouwen. Bij dergelijke voorbeelden zouden dan telkens de volgende vragen gesteld en beantwoord moeten worden:

1. Hoe draagt deze activiteit eraan bij dat kinderen en jongvolwassenen een wiskundige attitude verwerven?
2. Hoe draagt deze activiteit eraan bij dat kinderen en jongvolwassenen wiskunde zien in de wereld om hen heen en daar op een passende manier mee om gaan?
3. Hoe draagt deze activiteit eraan bij dat kinderen en jongvolwassenen werken aan specifieke kerninzichten of *big ideas*?

Dit kan bijvoorbeeld over de samengestelde grootheid snelheid gaan. Een activiteit over het onderwerp 'snelheid' kan die verbindingen zichtbaar maken met een 'onderzoek' naar de volgende uitspraak 'Een professionele marathonloper houdt je op de fiets nauwelijks bij.' Denkrichtingen bij de gestelde vragen zijn dan als volgt:

1. Vraag 1: De situatie vraagt om een onderzoekende houding, bijvoorbeeld als het gaat om het raadplegen van informatiebronnen of het verkennen van eigen referenties. De situatie vraagt ook om een vertaling naar wiskundetaal; kwantificeren van de twee snelheden als samengestelde maat.
2. Vraag 2: De situatie vraagt om een wiskundige verkenning van de wereld. Bij een marathon lopen lopers een heel eind door en om de stad, namelijk ruim 42 kilometer. De stad is daarvoor een hele dag lang geblokkeerd. De snelste lopers beginnen vroeg en zijn ruim voor de middag klaar, ze lopen de marathon in ruim 2 uur. Ik heb wel eens een fietstocht gemaakt. Toen lazen we op de



snelheidsmeter de snelheid af, dat was vaak 15 kilometer per uur, maar ook wel eens 18 kilometer per uur.

3. Vraag 3: De situatie vraagt om verhoudingsgewijs te vergelijken.

Verhoudingsgewijs beschouwen en vergelijken van situaties is een belangrijk inzicht waaraan kinderen en jongvolwassenen moeten werken. Dit kan in deze situatie gedaan worden via normeren van beide snelheden, bijvoorbeeld in een verhoudingstabel. De loper loopt gemiddeld ruim 20 kilometer per uur en je moet redelijk getraind zijn om dat ruim twee uur lang op een fiets bij te houden.

In het derde tussenproduct beschrijft het ontwikkelteam dat het leren aangrijpt in herkenbare situaties en dat het verkennen van deze situaties een proces van mathematiseren in gang zet. Dat beoogt het hier beschreven voorstel ook. Daarbij is de inzet in het tussenproduct en in mijn voorstel dat lerenden deze situaties transformeren tot wiskundige objecten, die vervolgens weer aanleiding geven voor verder wiskundig handelen (Sfard, 1991; Streefland, 1982).

### Reflectie

Boven geschetst alternatief als ordening van de grote opdrachten is ingegeven door de vraag aan experts om onder meer te kijken naar de samenhang tussen de verschillende invalshoeken in het derde tussenproduct. Het is een poging orde te brengen in verschillende perspectieven. Dat neemt niet weg dat deze alternatieve indeling ook zicht biedt op andere voorliggende vragen, zoals de vakinhoudelijke kwaliteit van het tussenproduct, de kern van het leergebied in het tussenproduct en de doorlopende leerlijn in dit document.

Ik pleit ervoor om reken-wiskundedomeinen uit te werken als kerninzichten of *big ideas*, omdat die zichtbaar maken waar het in het vak rekenen-wiskunde in de kern om gaat. Deze kerninzichten zijn inmiddels ontwikkeld voor het basisonderwijs (Oonk, et al., 2011). Ze zijn onverkort geldig voor het voortgezet onderwijs en bieden kansen voor doorlopende leerlijnen van primair onderwijs naar voortgezet onderwijs. De doorlopende leerlijn is daarnaast relatief eenvoudig te realiseren vanuit de perspectieven 'wiskundige attitude' en 'gecijferdheid'. De perspectieven 'wiskundige attitude' en 'gecijferdheid' passen namelijk zowel bij het basisonderwijs als bij het voortgezet onderwijs.

### Tot slot

In het derde tussenproduct van het ontwikkelteam vormen de GO's de brug tussen visie en bouwstenen. Ik duidde de taak van de ontwikkelgroep aan als het leggen van verbindingen tussen verschillende voor het reken-wiskundeonderwijs relevante perspectieven. Daarin heeft de groep een aanzienlijke slag geslagen. Ik beschouw dat als een bijzondere prestatie. Het voorstel dat ik hier formuleer ligt in essentie niet heel ver af van wat er nu ligt. Het is een voorstel om tot een andere ordening te komen; een ordening die meer recht doet aan het reken-wiskundeonderwijs en het product waarschijnlijk voor de lezer/gebruiker helderder maakt.

### Literatuur

- Charles, R. I. (2005). Big Ideas and Understandings as the Foundation for Elementary and Middle School Mathematics. *NCSM Journal of Mathematics Education Leadership*, 7(3), 9-24.
- Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.



- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- Gravemeijer, K. P. (2016). Reken-wiskundeonderwijs voor de 21e eeuw: Zet vooral in op kennis die een aanvulling is op wat de computer al kan. *Tijdschrift voor remedial teaching*, 24(3), 20-22.
- Hoogland, K. (2016). *Images of numeracy: investigating the effects of visual representations of problem situations in contextual mathematical problem solving*. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
- Nelissen, J. M. (2007). Recent onderzoek naar transfer. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 26(1), 11-18.
- Nelissen, J. M. (2015). Big ideas. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 34, 98-101.
- Oonk, W., & De Goeij, E. T. (2006). Wiskundige attitudevorming. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 25(4), 37-39.
- Oonk, W., Keijzer, R., Lit, S., Den Engelsens, M., Lek, A., & Van Waveren Hogervorst, C. (2011). *Rekenen-wiskunde in de praktijk: Kerninzichten*. Groningen/Houten: Noordhoff Uitgevers.
- Rijborz, D. (2018). Op zoek naar een vakoverstijgende didactiek voor rekenen-wiskunde en aardrijkskunde op de lerarenopleiding basisonderwijs. *Volgens Bartjens - Ontwikkeling en Onderzoek*, 47(5), 41-50.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36.
- Streefland, L. (1982). Subtracting fractions with different denominators. *Educational Studies in Mathematics*, 13(3), 233-255.
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas project*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Treffers, A. (2008). Het voorkomen van ongecijferdheid. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk* 27(3/4), 15-18.

Noot: Met dank aan Gerard Boersma, Koeno Gravemeijer, Wil Oonk, Loek Spitz en Belinda Terlouw voor hun reactie op een eerste versie van de tekst van Ronald Keijzer.



Reactie 5.

De rol van technologie in dit leergebied is in verschillende opdrachten goed uitgewerkt. Er zijn wat mij betreft geen aanpassingen nodig ten aanzien van het vakoverstijgende thema 'technologie'. Goed werk.



**Feedback op de laatste set opbrengsten voor het leergebied Rekenen & Wiskunde door de vakinhoudelijke experts voor Rekenen & Wiskunde, te weten Jan Karel Lenstra, Jurriaan Steen, Paul Drijvers, Ronald Keijzer en Marc de Vries**

Vraag aan de vakexperts:

Als vakexpert vragen we u te reflecteren op de vakinhoudelijke kwaliteit van de laatste set opbrengsten van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde. Het doel van de reflectie is om tot een betere onderbouwing van de opbrengsten te komen en om de kwaliteit van de opbrengsten te versterken. De focus ligt op de bouwstenen, maar in relatie tot de geformuleerde visie en grote opdrachten. Per bouwsteen is een toelichting geschreven op de samenhang, doorlopende leerlijn en brede vaardigheden. Voor deze reflectie geven we u de volgende aandachtspunten en bijbehorende reflectievragen mee:

1. Vakinhoudelijke kwaliteit: In hoeverre sluiten de bouwstenen (in relatie tot de geformuleerde visie en grote opdrachten) aan op recent vakinhoudelijke ontwikkelingen in de wetenschap? Hoe verhouden de bouwstenen zich tot recente ontwikkelingen in beleid, in de onderwijspraktijk en in de samenleving?
2. Kern: In hoeverre richten de bouwstenen (in relatie tot de geformuleerde visie en grote opdrachten) zich op de kern van het leergebied, dat wil zeggen dat wat voor alle leerlingen in po en vo relevant is? Bieden de bouwstenen voldoende houvast voor verdere uitwerking en aanvulling?
3. Samenhang: In hoeverre borgen de bouwstenen (in relatie tot de geformuleerde visie en grote opdrachten) de samenhang (bijvoorbeeld tussen disciplines, domeinen en/of vaardigheden) binnen het leergebied?
4. Doorlopende leerlijn: In hoeverre bieden de bouwstenen (in relatie tot de geformuleerde visie en grote opdrachten) een basis voor een doorlopende leerlijn po-vo, in aansluiting op de voorschoolse periode en het vervolgonderwijs? Wat is uw visie op de keuzes die zijn gemaakt ten aanzien van de opbouw van inhoud in een doorlopende leerlijn van po onderbouw, po bovenbouw, vo onderbouw en aanbevelingen vo bovenbouw?

Onderstaand vindt u de antwoorden van de vakexperts op deze vragen.



### Reactie 1

In deze reflectie beperk ik mij tot de hoofdlijnen van het conceptvoorstel voor het leergebied R&W van 7 mei 2019. Op andere punten kan ik mij goed vinden in het commentaar van de Stichting IOBT, de vakvereniging NVvW (dit zijn reacties van IOBT, NVvW en Drijvers op het vijfde tussenproduct) en vakinhoudelijk expert Paul Drijvers (zie reactie 3 in dit document).

Ik ga eerst in op een aantal punten waar, naar mijn inzicht, het ontwikkelteam R&W kansen heeft gemist. Vervolgens plaats ik enkele kanttekeningen bij de ruimere aandacht voor statistiek in het curriculum. Tenslotte kijk ik vooruit naar de onderwijsvernieuwing na Curriculum.nu.

### **Grote opdrachten en bouwstenen**

Het ontwikkelteam gaat uit van de inmiddels traditionele karakterisering van het leergebied in termen van specifieke vakinhouden en algemene denk- en werkwijzen. Elk van deze elementen heeft met alle andere te maken, zoals aangegeven in de volledige graaf op p. 5. Het is jammer dat de visie van het team op het leergebied niet dieper graaft. Een schema zonder structuur heeft weinig betekenis en is een zwakke basis voor een curriculum. Doordat het schema exclusief op R&W is gericht en geen niet-wiskundige elementen bevat, blijven de verbinding met andere leergebieden en de maatschappelijke relevantie onderbelicht.

Het valt op dat zowel de grote opdrachten als de bouwstenen bestaan uit vakinhouden en denk- en werkwijzen. Hoe kan het dat bij andere leergebieden grote opdrachten en bouwstenen conceptueel verschillen, terwijl ze bij R&W wezenlijk identiek zijn? Zoals ik eerder heb betoogd, heeft het team de grote opdrachten overgeslagen. Er is geen poging gedaan het vak thematisch af te bakenen en de sterk toenemende vraag naar wiskunde te relateren aan ontwikkelingen in andere disciplines en veranderingen in de maatschappij. Een dergelijke exercitie had kunnen leiden tot een pleidooi om het kerncurriculum niet in te krimpen maar juist uit te breiden.

### **Differentiatie**

Het team kiest op verscheidene punten voor het doorschuiven van moeilijk materiaal. Hierdoor gaat talent verloren. Een serieuze intentie "het aanbod op elk moment te laten aansluiten op het niveau van de leerling" vraagt om differentiatie, ook in het primair onderwijs.

### **Bovenbouw**

De aanbevelingen voor de bovenbouw van het voortgezet onderwijs zijn niet rijp genoeg voor commentaar. Het was beter geweest p. 47 te vervangen door de mededeling dat het team nog niet aan de bovenbouw is toegekomen. Wanneer het zover is, ga ik graag in op het gebruik van digitale hulpmiddelen en op het alternatief voor Wiskunde A-D voorgesteld door NVvW/PWN.

### **Statistiek: wis en zeker**

Statistiek komt terecht hoog op de agenda, inclusief aandacht voor data aan de toegepaste kant en voor kansrekening aan de fundamentele kant, en aangevuld met onderwerpen uit de discrete wiskunde.



Er bestaat een zekere spanning tussen statistiek en (andere) wiskunde, want wiskunde gaat over zekerheid en statistiek over onzekerheid. Deze ongenueanceerde uitspraak gaat voorbij aan de missie van de statistiek: het doen van zekere uitspraken over onzekerheden. Kansrekening en mathematische statistiek zijn elegante en essentiële delen van de wiskunde. Dit laat onverlet dat sommige wiskundigen de statistiek met argwaan bekijken en dat ook zij maar moeilijk grip krijgen op statistische paradoxen. De opleiding van docenten moet veel aandacht krijgen. De behoefte aan scholing wordt nog onderstreept door de snelle ontwikkeling van het vak ten gevolge van de data-explosie en de opkomst van *data science* en *machine learning*, waarbij nu ook de validiteit van de *p*-waarde ter discussie lijkt te staan. De vormgeving van de statistiek in het primair en voortgezet onderwijs is een grote uitdaging. Belangrijk hierbij is overleg met vervolgoopleidingen, met name met sociale studies en studies in de gezondheidszorg.

### **Vervolg**

Het ontwikkelteam R&W heeft onder grote tijdsdruk en met enthousiasme en inzet zijn werk verricht. Er is een brede discussie op gang gekomen. Het proces heeft veel voorstellen en ideeën opgeleverd, rijp en groen. Bij de verdere uitwerking moeten, naast docenten, ook vakdidactici, leerplanontwikkelaars, vakdeskundigen en afnemers uit vervolgoopleidingen en bedrijfsleven worden betrokken.

Voor het leergebied R&W liggen hier grote kansen. Naast de uitwerking van statistiek in het gehele curriculum denk ik aan aandacht voor concepten en abstractie in het primair onderwijs, de consolidatie van rekenen in het voortgezet onderwijs, de vakvernieuwing op het vmbo, en de herinrichting van wiskunde in de bovenbouw van havo/vwo.





## Reactie 2

### **Inleiding**

Ook in de tweede reflectieronde wil ik het product bekijken vanuit het mbo. Wat heeft de mbo-student nodig om tot een goede professional te komen, tot een goede burger en wat heeft hij nodig om eventueel door te stromen naar een hoger mbo-niveau of eventueel het hbo? Heel specifiek wat heeft de mbo-student nodig op het gebied van Rekenen-Wiskunde, binnen de drievoudige kwalificatieplicht.

Uitgaande van de opdracht aan het ontwikkelteam om te komen tot een doorlopende leerlijn po – vo, wil ik kijken naar wat er nodig zou moeten zijn voor het mbo als aansluiting op de doorlopende leerlijn po – vo.

Op dit moment heeft het mbo het referentiekader Taal en Rekenen als onderligger voor het toetsen van kennis op het gebied van Rekenen-Wiskunde. Hier moet het mbo op 2F voor niveau 2 en 3 en op 3F voor niveau 4 studenten opleiden. Met alle onduidelijkheid die er op dit moment is, nu de rekentoets is vervallen in het vo en men in het mbo nog steeds geen duidelijkheid heeft vanuit OCW, moet er wel les gegeven en getoetst worden conform het referentiekader taal en rekenen. Het "wat" zal door het vernieuwde curriculum de komende jaren gewijzigd worden. Op welke termijn dat zal zijn, is nog niet duidelijk. Dit blijft voor het mbo een grote zorg.

### **Vakinhoudelijke kwaliteit**

Binnen het mbo zien we een grote opkomst wat betreft burgerschapsvorming en e-health. Mbo studenten dienen hier op voorbereid te zijn. De uitbreiding van domeinen met aandacht voor ict en statistiek wordt dan ook positief beoordeeld. Ook is het goed te lezen dat bij elke GO aandacht is voor andere domeinen of wiskundige denk- en werkwijzen. Tegelijkertijd heeft het geven van voorbeelden van wiskundige denk- en werkwijzen in vraagstukken binnen het domein ook een beperking van wat men bedoeld heeft met deze relatie. Ik zou liever een korte uiteenzetting zien, welke daarna met een enkel voorbeeld geïllustreerd wordt. Nu staan er soms alleen verschillende voorbeelden. Dit zou men op kunnen vatten, dat het dan enkel die voorbeelden zijn.

### **Kern**

Eén van de opdrachten voor het OT is om een kern voor alle leerlingen in het po en vo te beschrijven. Het gaat er mij niet alleen om of de kern voldoende is voor leerlingen po – vo, maar ook daarna. Biedt het een goed fundament voor een vervolg? Volgens mij geven de wiskundige denk- en werkwijzen voldoende mogelijkheden om deze op te pakken in het mbo. Door het expliciet noemen ligt het voor de hand dat men hier mee aan het werk gaat. Er ligt dan nog wel een taak om de beschrijving en de relatie met domeinen en andere wiskundige denk- en werkwijzen verder uit te werken.

### **Samenhang**

De schematische weergave van de verbindingen tussen de inhouden en wiskundige denk- en werkwijzen geeft de complexiteit van het vak rekenen-wiskunde weer. De vraag is wat de meerwaarde is om alle lijnen te tekenen. Wellicht is de ene verbindingslijn dikker dan een andere. De relatie tussen verschillende domeinen en wiskundige denk- en werkwijzen wordt vaak weer gegeven in de vorm van enkele voorbeelden. Hier zie ik liever een beschrijving waarna enkele voorbeelden volgen. Zoals is verwoord in de drievoudige kwalificatieplicht van het mbo, <https://www.mboraad.nl/het-mbo>

### **Doorlopende leerlijn**

Wanneer men een doorlopende leerlijn voor iedere leerling wilt realiseren, dan is het niet realiseerbaar om een fasering van po onderbouw tot vo bovenbouw te beschrijven. Dat betekent dat er binnen de verschillende GO's gekeken moet worden wat voor een leerling haalbaar is en dat verdelen over zijn gehele schoolcarrière. Ik geef direct toe dat dit een zeer lastige exercitie is. Dit houdt volgens mij in dat het "wat" gedifferentieerd beschreven moet worden, verder dan wat nu beschreven is in de verschillende fasen. Zo



hier en daar kom ik een verwijzing tegen die of voor VMBO of voor HAVO/VWO bepaalde richtingen van toepassing is. Ik zie bij voorkeur een differentiatie vanaf de basisschool.

Er is in de afgelopen tijd veel gedaan door het OT. Maar, er is nog veel werk te doen en ik hoop dat dit OT de kans krijgt om een verdere uitwerking te mogen maken. Vanuit een raamwerk toegaan naar een curriculum afgestemd op verschillende onderwijssectoren.



### Reactie 3

Als vakexpert rekenen-wiskunde is mij gevraagd te reflecteren op de visie, grote opdrachten (GO) en bouwstenen die op 7 mei jl. zijn opgeleverd door het ontwikkelteam rekenen-wiskunde (OT). Laat ik deze reflectie beginnen met mijn waardering uit te spreken voor het werk van het ontwikkelteam, dat onder grote tijdsdruk aan een veelomvattende taak heeft gewerkt en daarbij nog tijd heeft gemaakt om de dialoog hierover met het veld en met experts aan te gaan bij verschillende gelegenheden.

In deze reflectie beschrijf ik eerst een aantal aspecten die ik als positief ervaar, al grijp ik mijn rol als 'critical friend' ook aan om daarbij nog enkele suggesties te doen. Vervolgens bespreek ik enkele punten die naar mijn idee nog om de nodige aandacht en verbetering vragen.

#### **Positieve aspecten**

##### **1. De nevenschikking van lokale en globale leerdoelen**

Een belangrijk positief aspect van het werk van het OT is de integratie van de specifieke vakinhouden en de globalere denk- en werkwijzen, zoals weergegeven in het ronde diagram. Ik vind het een belangrijke sprong voorwaarts dat deze twee niveaus van leerdoelen in samenhang worden gepresenteerd. Daarmee wordt de nevenschikking van deze leerdoelen expliciet gemaakt. Dat beeld zet zich voort in de consequente uitwerking in grote opdrachten en bouwstenen. Vanzelfsprekend zijn niet alle GO's in het "reken-wiskundeweb" gelijkwaardig of even groot en zullen niet alle verbindingen even uitgewerkt zijn, maar dat lijkt me geen bezwaar. Deze opzet doet recht aan de kern van het vakgebied (punt 2 van de opdracht aan de vakexperts) en sluit aan bij de vakinhoudelijke en vakdidactische ontwikkelingen (punt 1 van deze opdracht).

Als kanttekening hierbij wil ik opmerken dat het wel belangrijk is om aan te geven dat het dus gaat om twee niveaus van leerdoelen, (1) de lokale / gedetailleerde / specifieke, die goed passen in de traditionele vakdomeinen, en (2) de domeinoverstijgende denk- en werkwijzen. Het is juist deze tweede categorie die tegemoetkomt aan de doelen van CN, en die aanleiding is tot de huidige curriculumrevisie. Het gaat hier dus niet om didactiek maar om inhouden, om hogere orde leerdoelen, die overigens ook bij curriculumrevisies in andere landen (US Common Core State Standards (NGACBP, 2010)) een belangrijke plaats innemen, zoals is aangegeven in de recente brief van het OT aan de kamerleden.

##### **2. Statistiek hoog op de agenda**

Het past goed bij het streven naar 'mathematical literacy' en burgerschapsvorming om de aandacht voor statistiek te vergroten en daarmee ook eerder in de schoolloopbaan een begin te maken. Kanttekeningen hierbij zijn ten eerste dat de nadruk daarbij niet op kansrekening moet liggen, zoals wellicht uit de eerste bouwsteen zou kunnen worden afgeleid. Ten tweede de detailopmerking dat in de naam van deze GO op sommige plaatsen "informatie" staat in plaats van "data".

##### **3. Aandacht voor gebruik van gereedschap en technologie**

Hoewel het gebruik van gereedschap bij rekenen-wiskunde iets van alle tijden is, is het de laatste decennia onder invloed van digitale technologie nog belangrijker geworden. Het is goed dat dit expliciet in het voorstel naar voren komt. Daarbij zij opgemerkt dat gereedschap niet "neutraal" is: elk (digitaal) gereedschap roept bepaalde denk- en werkwijzen op en andere juist niet (Drijvers, 2015). Het vraagt doordenking van ontwikkelaars en docenten om de kansen die het gereedschap biedt optimaal te benutten voor het leerproces. Als kanttekening nog de opmerking dat de zinssnede "Zolang dat niet ten koste gaat van noodzakelijke begripsvorming, kan informatietechnologie een deel van het reken- en wiskundewerk voor zijn rekening nemen" (p. 6) het pleidooi voor deze GO ontkracht; mijn voorstel is om dit te schrappen.



## Verbeterpunten

### 4. De helderheid en consistentie van de visie

De visie kan consistenter, compacter en helderder worden weergegeven. Het belangrijkste punt van de visie lijkt me de integratie van de twee niveaus van leerdoelen, geworteld in het idee dat rekenen-wiskunde, als menselijke activiteit die voorbereidt op beroep en burgerschap, meer inhoudt dan lokale vaardigheden en ook globalere denk- en werkwijzen omvat. Dit kan duidelijker worden neergezet. In de huidige visie worden op p. 5 bijvoorbeeld denk- en werkwijzen nog niet als inhouden gekarakteriseerd. Op p. 6 wordt onderscheid gemaakt tussen leer- en ontwikkellijnen, zonder dat duidelijk is waar dit onderscheid voor dient. Op p. 7 onderaan wordt gesteld dat de moeilijkheidsgraad, als gevolg van de compactheid, moet worden beperkt. Dat is een uitspraak die niet wordt onderbouwd en die discutabel is. Compact hoeft niet te betekenen oppervlakkig. Diepgang en breedte kunnen op gespannen voet staan met elkaar, maar het is met name voor de havo/vwo leerling niet goed om op moeilijkheidsgraad of diepgang te bezuinigen. Het sleutelwoord hier lijkt me differentiatie. Ook is niet duidelijk welke problemen spelen en hoe die worden opgelost met deze voorstellen. Mij lijkt een van de belangrijkste problemen dat men in het huidige onderwijs onvoldoende toekomt aan de overstijgende denk- en werkwijzen. Daarnaast spelen natuurlijk nog de doorlopende leerlijnen.

### 5. Doorlopende leerlijnen en differentiatie

Het streven naar doorlopende leerlijnen wordt vaak genoemd, maar onduidelijk blijft hoe dit vorm krijgt. Ik zou het OT willen uitdagen om een paar voorbeelden te schetsen. Ik denk bijvoorbeeld dat het mogelijk is om een aantal onderwerpen te "zwaluwstaarten" door er al in het basisonderwijs mee te beginnen, in elk geval met de toekomstige havo-vwo leerling. Denk aan statistiek, maar ook aan algebra en aan verbanden. Dat zijn onderwerpen die ook in andere landen al in het primair onderwijs in gang worden gezet. Dit vraagt om een gedifferentieerde aanpak in het basisonderwijs. Ook daarvan zou ik graag wat meer uitwerking zien in de voorstellen.

Doorlopende leerlijnen betreffen natuurlijk ook de overgang onderbouw VO – tweede fase havo vwo. Het curriculum van de tweede fase is recent herzien en ik zie nog niet goed hoe de OT voorstellen aansluiten bij de recente vernieuwingen. De adviezen voor de tweede fase zijn door het OT niet aangegrepen om de "weeffouten" daar te verhelpen. Weliswaar wordt gepleit voor statistiek in wiskunde B, maar op nogal vrijblijvende wijze. Verder wordt niet ingegaan op het toch wel noodlijdende bestaan van wiskunde C en D. Naar mijn smaak verdient dit "scharnier" tussen onder- en bovenbouw meer aandacht en ik zou het OT graag oproepen daarbij wat minder schroom te vertonen. De voorliggende adviezen voor de tweede fase zijn weinig fundamenteel, te gedetailleerd, en onvoldoende onderbouwd.

### 6. De denk- en werkwijzen (GO 7-13)

Zoals gezegd waardeer ik de GOs 7-13, maar er kan in de beschrijvingen ervan wel een verbeterlag worden gemaakt op twee punten. Ten eerste zijn de beschrijvingen niet altijd helder en mist die een onderbouwing in de literatuur. Abstraheren wordt bijvoorbeeld gelijkgeschakeld aan generaliseren, wat een beperkte opvatting is (Drijvers, 2015). Bij modelleren worden didactische denkmodellen zoals de (lege) getallenlijn of het rechthoeksmodel op één hoop gegooid met modellen van probleemsituaties uit toepassingsgebieden (p. 101). Ik zou het op prijs stellen als er bij elk van deze GOs een heldere definitie zou staan, met een verwijzing naar een relevante bron. Ten tweede zijn de voorbeelden in veel gevallen stof voor discussie. De voorbeelden zijn in het algemeen opgaven (zie bv p. 39), waar denk- en werkwijzen niet in een opgave zitten, maar in het gedrag en denken van de leerling. Van dat laatste zouden dus voorbeelden gegeven moeten worden.

### 7. Samenhang



Onze mening ten aanzien van samenhang wordt expliciet gevraagd. Ik vrees dat dit een van de punten is waarop nog werk te verzetten is. Ten eerste is de samenhang tussen de GOs 7-13 en de brede vaardigheden zwak. In feite functioneren de brede vaardigheden op dit moment niet in het voorstel. Ten tweede is de samenhang met de andere gebieden niet uitgewerkt. Er worden wat dwarsverbanden gelegd met Mens en natuur en andere domeinen, maar dat blijft nog vaag. Ervaringen met de curriculumherziening van de tweede fase van havo en vwo leren dat dit een weerbarstig onderwerp is, dat dan ook om meer aandacht vraagt.

#### **8. Implementatie**

Hoewel dit vermoedelijk de opdracht van het OT overstijgt, is het wellicht ook het moment om vooruit te kijken naar implementatie. Behalve de concretisering waarvoor ik hierboven op verschillende plaatsen pleit, lijkt het me ook goed als het OT in haar eindproduct vast wat ideeën genereert over twee factoren die cruciaal zijn bij curriculumvernieuwing: toetsing (hoe gaat het met SE en CE, met ICT bij toetsing?) en de kwaliteit van leerkrachten en docenten (hoe worden die toegerust voor gedifferentieerd reken-wiskundeonderwijs, mede gericht op denken werkwijzen?).



## Reactie 4

### 1. Krachtenveld rekenen-wiskunde

Het ontwikkelteam rekenen-wiskunde heeft geen makkelijke taak. Zij moet een complex probleem oplossen in een krachtenveld waar de discussie nogal eens gestuurd wordt door weinig constructieve bijdragen (zie bijvoorbeeld Schmeier, 2019). Als we door deze negatieve emotie in de discussie heen prikken, wordt snel duidelijk dat de onderliggende discussie feitelijk gaat over waar het bij rekenen-wiskunde om gaat. Gaat het hierbij om wiskunde als menselijke activiteit of om wiskunde als kant-en-klaar formeel systeem (Keijzer & Veldhuis, 2019). Met het formuleren van wiskundige denk- en werkwijzen koos het ontwikkelteam voor het beschouwen van wiskunde als menselijke activiteit. Immers deze denk- en werkwijzen beschrijven menselijke activiteit. Het formuleren van wiskundige denk- en werkwijzen ligt verder in het verlengde van de hoofddoelen van het onderwijs, die het uitgangspunt vormen voor het werk van curriculum.nu. Je zou dus kunnen zeggen dat de opdracht voor het ontwikkelteam maakt dat in het stuk de wiskunde als menselijke activiteit wordt uitgewerkt. Daarmee maakt een ontwikkelteam een gerichte keuze. Het zou mooi zijn als het ontwikkelteam rekenen-wiskunde deze keuze in conceptvoorstellen expliciet maakt.

### 2. Schematische weergave

Het ontwikkelteam heeft de samenhang tussen domeinen en wiskundige denk- en werkwijzen schematisch in beeld gebracht door de domeinen en wiskundige denk- en werkwijzen als gelijkwaardig te beschouwen. Zij geeft vervolgens de essentie van de beoogde wiskundige activiteit aan in verbindingen tussen domeinen onderling, tussen wiskundige denk- en werkwijzen onderling en tussen domeinen en wiskundige denk- en werkwijzen. Dit is een fraaie en overzichtelijke manier om het gestelde complexe probleem waarvoor het ontwikkelteam is gesteld, op te lossen.

Dat neemt niet weg dat het schema ook vragen oproept:

- Een aanzienlijk deel van de 78 verbindingslijnen is nu in een enkele zin aangeduid. Dat doet geen recht aan de verbindingen, omdat deze enkele zinnen om nadere uitwerking vragen en ook omdat iedere verbindingslijn veel meer dan één verschijningsvorm heeft. Ik beveel het ontwikkelteam aan om zich te beperken tot het aanduiden van de systematiek achter de verbindingslijnen en die toe te lichten aan de hand van een beperkt aantal voorbeelden, die dan wel voldoende uitgewerkt zijn.
- De genoemde wiskundige denk- en werkwijzen zijn ongelijkwaardig. Het probleemoplossen staat tussen de wiskundige denk- en werkwijzen, maar dit omvat feitelijk alle andere wiskundige denk- en werkwijzen (en de genoemde domeinen) (zie bijvoorbeeld Romberg, 1994). Wellicht beter om het probleemoplossen meer algemeen te beschrijven als doel in het reken-wiskundeonderwijs en het bij de wiskundige denk- en werkwijzen te vervangen door 'gebruik heuristieken'.

### 3. Bouwstenen

In de bouwstenen lees ik niet alleen een uitwerking van de domeinen en wiskundige denk- en werkwijzen, maar ook een verantwoording voor gemaakte keuzen. Ik zou deze verantwoording weglaten of vastleggen in een ander document.

In de genoemde doelen lees ik verder vooral weinig vernieuwende productdoelen en slechts een enkele keer een conceptueel doel. Ik daag het ontwikkelteam uit om na te gaan welke productdoelen kunnen worden vervangen door conceptuele doelen, die het te verwerven inzicht beschrijven (Bruin-Muurling & Keijzer, 2018; Oonk, et al., 2015). Dat geldt met name voor de doelen die zijn verwoord voor wiskundige denk- en werkwijzen. Daar zijn niet alleen conceptuele doelen op z'n plaats, maar zou het mooi zijn als er telkens wordt gekozen voor één beschrijving die alle niveaus omvat.

De ruimte voor deze reactie is te beperkt om op detailniveau te reageren op de bouwstenen. Ik maak daarom een keuze:



- Het zou mooi zijn als bij het gebruik van gereedschappen een helder onderscheid gemaakt wordt tussen gereedschap om het leren te ondersteunen en gereedschap om het leven makkelijker te maken.
- In het voorbeeld rond rekenen in de meetkunde, gaat het om het meten en niet om meetkunde.
- Ik mis in het po het zelf maken van een grafiek, bijvoorbeeld naar aanleiding van een aspect van het eigen leven.

#### 4. Voorbeelden als communicatiemiddel

In de conceptvoorstellen van het ontwikkelteam rekenen-wiskunde staat een groot aantal voorbeelden. Die zijn bedoeld om de boodschap te verhelderen, maar dat doen ze vaak niet. Ik beperk me hier tot één voorbeeld. Op p. 13 bespreekt het ontwikkelteam het verhoudingsgewijs vergelijken, terwijl het in het voorbeeld gaat om absoluut vergelijken. Veel voorbeelden zijn bedoeld om de beoogde verbinding tussen wiskunde denk- en werkwijzen en domeinen zichtbaar te maken. Omdat ik moeilijk greep kon krijgen op deze relatie die het ontwikkelteam wilde verhelderen en deed daarbij zelf het volgende experiment.

- ik knipte de bij de bouwstenen gegeven voorbeelden van verbindingen tussen domein en wiskundige denk- en werkwijze los,
- ik bedacht vervolgens voor welke verbinding het voorbeeld zou kunnen staan,
- als ik daar niet snel uit kwam, gokte ik.

Ik merkte dat ik vaak moest gokken en vaak gokte ik mis.

Ik stel vast dat de voorbeelden om de bouwstenen te verhelderen in de gegeven vorm niet bruikbaar zijn en stel daarom voor om het aantal voorbeelden terug te brengen tot één of twee per domein of wiskundige denk- of werkwijze, die dan wel adequaat worden uitgewerkt.

#### 5. Enkele kwesties

- Het ontwikkelteam worstelt duidelijk met de positionering van brede vaardigheden. Ik vind nu enkele nietszeggende opsommingen. Wellicht goed om meer algemeen aan te geven hoe de brede vaardigheden samenhangen met de domeinen en wiskundige denk- en werkwijzen. In een dergelijke beschrijving kan ook de uitwerking van vakintegratie meegenomen worden. Daarop wordt nu eigenlijk nauwelijks ingegaan.
- Het 'abstraheren' wordt op verschillende plekken in de tekst op een andere manier gedefinieerd. In een van de definities is abstraheren hetzelfde als generaliseren. Dat lijkt me niet. Iets dergelijks is aan de hand met het 'modelleren'. Dat wordt in de tekst gedefinieerd als schematiseren. Ook dat lijkt me niet correct.
- 'Logisch redeneren' wordt in de gegeven voorbeelden vooral gerelateerd aan uitleggen van denkwijzen. Dan zullen leerlingen waarschijnlijk inderdaad logisch gaan redeneren, maar dit maakt niet zichtbaar waar het bij het logisch redeneren om gaat.
- Daar waar de aanduiding complexe getallen gebruikt wordt, gaat het volgens mij niet om de gebruikelijke complexe getallen (als uitbreiding van de reële getallen). Dat is verwarrend.

#### 6. In de beperking toont zich de meester

Het stuk is te omvangrijk om een helder voorstel neer te zetten voor het curriculum rekenen-wiskunde voor de toekomst. Op verschillende plekken in de tekst zie ik zelfs dat deze omvang er waarschijnlijk voor gezorgd heeft dat het ontwikkelteam zelf de samenhang is kwijtgeraakt. Boven formuleerde ik al enkele mogelijkheden om de tekst minder omvangrijk te maken. Hierbij een aanvulling:

- Laat de schematische beschrijving het werk doen. Beschrijf in enkele generieke voorbeelden wat bedoeld wordt met de verbindingen, maar kies daarbij niet voor volledigheid. Iedere lezer ontwikkelt zijn eigen beelden bij de gegeven



schematische weergave van het curriculum. Dat is geen probleem, maar juist een bewijs dat de schematische beschrijving zijn werk doet.

- Op tal van plekken zijn er mogelijkheden om redundantie uit de tekst te halen. Ik stoorde mijzelf bijvoorbeeld aan de dooddoener bij iedere bouwsteen: 'Het OT vindt het heel belangrijk dat het aanbod elk moment aansluit op het niveau van elke leerling.' Dat is uiteraard belangrijk, maar ook wel weer zo vanzelfsprekend dat men zich mag afvragen of het melden daarvan nodig is.
- Check de conceptvoorstellen op consistentie. Nu staan er bijvoorbeeld verschillende dingen in over maten die kinderen moeten kennen.

Ik denk dat het ontwikkelteam nog een behoorlijke stap kan en moet zetten. Een voorstel hierbij is dat te doen door bij iedere bouwsteen te beschrijven om welk te verwerven inzicht het gaat (Oonk, et al., 2015). Doe dat zo veel mogelijk niveau-overstijgend. Dergelijke niveau-overstijgende te verwerven inzichten maken op die manier namelijk de doorlopende leerlijn van po naar vo beter zichtbaar dan wanneer er beschrijvingen op drie niveaus staan.

Met dank aan Henk Logtenberg, Marnix Academie, voor commentaar op een eerdere versie van deze reactie.





### Reactie 5

Er is wel aandacht voor gebruik van technologie, maar nauwelijks voor de invloed van technologie op de ontwikkeling van rekenen en wiskunde. Is in eerdere rondes al meegegeven, maar slaat blijkbaar niet aan.

**Literatuur (reactie 3)**

Drijvers, P. (2015). Denken over wiskunde, onderwijs en ICT. Inaugurele rede. Utrecht: Universiteit Utrecht.

[http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/Oratie\\_Paul\\_Drijvers\\_facsimile\\_20150521.pdf](http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/Oratie_Paul_Drijvers_facsimile_20150521.pdf)

National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers. (2010). *Common core state standards for mathematics*. Washington D.C.: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers.

**Literatuur (reactie 4)**

Bruin-Muurling, G., & Keijzer, R. (2018). Conceptuele doelen. Doelen voor het reken-wiskundeonderwijs van de toekomst. *Volgens Bartjens*, 37(5), 10-14.

Keijzer, R., & Veldhuis, M. (2019). Discussie reken-wiskundeonderwijs. *JSW*, 2019(9), 12-15.

Oonk, W., Keijzer, R., Lit, S., Barth, F., Den Engelsens, J., Lek, A., & Van Waveren Hogervorst, C. (2015). *Rekenen-Wiskunde in de praktijk. Kerninzichten*. Groningen/Houten: Noordhoff Uitgevers.

Romberg, T. A. (1994). Classroom instruction that fosters mathematical thinking and problem solving: connections between theory and practice. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 287-304). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schmeier, M. (2019, mei 8). *Persoonsvorming als een nieuw doel van rekenles*.

Opgeroepen op mei 18, 2019, van NRC.nl:

<https://www.nrc.nl/nieuws/2019/05/08/onderwijsvernieuwing-persoonsvorming-als-doel-van-rekenles-a3959483>